

## Programa Analítico

Fecha de Elaboración: 30 de Junio de 1995

### 1 Datos Generales

Nombre del Curso: Cálculo Diferencial e Integral (obligatoria)

Departamento que la imparte: Estadística y Cálculo

Clave: DEC-405

Número de horas teoría: (5 horas por semana)

Número de Créditos: 10

Carrera: Ingeniero Mecánico Agrícola, Ing. Agr. en Producción, Ing. Agr. Parasitólogo,  
Semestre: Primero Ing. Agr. en Horticultura, Ing. Agr. en Irrigación, Ing. Agr.  
en Desarrollo Rural, Ing. Agrícola y Ambiental, Ing. en  
Materia Obligatoria Ciencia y Tecnología de Alimentos.

Prerrequisito: Ninguno

Requisito para: Ecuaciones Diferenciales, Electricidad y Magnetismo, Ciencia de los Materiales, Probabilidad y Estadística.

### 2 Presentación del Curso

El cálculo es la matemática de los procesos de cambio y movimiento, características que son una constante en todos los fenómenos físicos, biológicos, económicos y sociales que transcurren en nuestro entorno. Debido a que la tarea fundamental de un ingeniero consiste en el análisis, síntesis y control de dichos fenómenos, el cálculo constituye la espina dorsal del cúmulo de conocimientos de un ingeniero.

Las ideas y técnicas que se presentan en este curso, permiten al estudiante de la carrera de Ingeniero Mecánico Agrícola acceder a los campos de Electricidad y Magnetismo, Probabilidad y Estadística, Ciencia de los Materiales y Mecánica de Fluidos, áreas que constituyen la parte medular de su formación.

### 3 Metas Educativas

El Cálculo Diferencial e Integral—la matemática de la ingeniería—forma el sustento imprescindible para que el estudiante pueda incursionar con éxito a los cursos que forman el cuerpo principal de su carrera. Los objetivos principales que el estudiante alcanzará después de aprobar el curso son los siguientes:

1. Entender la noción de límite y su utilidad en la solución de problemas propios de su especialidad.
2. Resolver problemas de optimización utilizando el concepto de derivada.
3. Utilizar la idea de integral como vehículo para analizar problemas físicos y geométricos.
4. Calcular con destreza derivadas e integrales de funciones comunes en las aplicaciones.

## 4. Temario

### Capítulo I: Límites y Continuidad

#### 1. El campo de los números reales.

- (a) Operaciones Aritméticas, propiedades de orden y extracción de raíces en el conjunto de números reales.
- (b) Valor absoluto y propiedades.

#### 2. Funciones de una Variable.

- (a) Definición de una función, dominio y recorrido.
- (b) Álgebra de funciones.
- (c) Gráfica de una función; el plano cartesiano.

#### 3. Límite de una función cuando $x \rightarrow a$ .

- (a) Problemas que conducen a la idea de Límite
  - (i) Velocidad instantánea de una partícula en movimiento rectilíneo.
  - (ii) Pendiente de la recta tangente a la gráfica
  - (iii) Área entre la gráfica de una función y el eje  $x$ .
- (b) Definición de límite.
- (c) Álgebra de límites.
- (d) Límites de la forma  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$  para algunas funciones simples.
- (e) El teorema del emparedado.
- (f) Límites laterales.
- (g) Límites cuando  $x \rightarrow \pm\infty$ .

#### 4. Continuidad.

- (a) Definición de función continua; interpretación geométrica; continuidad lateral.
- (b) Continuidad de funciones polinomiales y racionales.
- (c) Propiedad del valor intermedio
- (d) Solución de desigualdades de tipo  $\frac{f(x)}{g(x)} \leq (\geq) 0$  para funciones continuas  $f$  y  $g$ ; reducción al problema de encontrar las soluciones de  $f(x) = 0$  y  $g(x) = 0$ .

### Capítulo II: Derivación

#### 1. Definición de derivada de una función.

- (a) Interpretación geométrica y física de la derivada.
- (b) Derivada de la función  $x^n$ .

#### 2. Álgebra de la Derivación.

- (a) Derivada de la suma, resta, producto y cociente de funciones.
- (b) Derivada de funciones algebraicas.

#### 3. Derivada de las funciones trigonométricas

- (a) Cálculo de  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(ax)}{bx} = \frac{a}{b}$ .
- (b) Derivada de la función  $\sin(x)$ .
- (c) Derivada de otras funciones trigonométricas.

#### 4. Regla de la Cadena

#### 5. Funciones inversas

- (a) Continuidad de la inversa de una función continua.

(b) Derivada de la inversa de una función derivable: la fórmula  $f^{-1}'(y) = \frac{1}{f'(x)}$ .

(c) Derivada de  $\sqrt[n]{x}$  y  $x^r$  para números racionales  $r$ .

## 6. Derivadas de orden superior.

## Capítulo III: Aplicaciones de la Derivada

### 1. Aplicaciones físicas y geométricas.

(a) Movimiento rectilíneo de una partícula.

(i) Velocidad y aceleración instantáneas.

(ii) Puntos de reposo

(iii) Puntos en los que la fuerza sobre la partícula es cero.

(b) Densidad de una distribución de masa en la recta.

(c) Recta tangente y recta normal a la gráfica de una función en un punto determinado.

### 2. Optimización de una función continua en un intervalo cerrado.

(a) El teorema de Rolle.

(b) Procedimiento para determinar el valor máximo y el valor mínimo de una función continua en un intervalo cerrado: Puntos críticos.

### 3. Funciones Crecientes y Decrecientes.

(a) El Teorema de Valor medio.

(b) Uso de la primera derivada para determinar los intervalos en que una función es creciente o decreciente.

### 4. Máximos y Mínimos Locales.

(a) Criterio de la Primera Derivada.

(b) Criterio de la Segunda Derivada.

### 5. Concavidad.

(a) Concavidad y convexidad de una función en intervalo.

(b) Uso de la segunda derivada para determinar los intervalos en que una función es cóncava o convexa.

(c) Puntos de Inflexión; criterio de la tercera derivada.

(d) Graficación de funciones.

## Capítulo IV: Integración

### 1. La integral definida de una función continua en un intervalo cerrado.

(a) Problemas que conducen a la noción de integral.

(i) El área bajo la gráfica de una función.

(ii) La masa de un segmento con densidad conocida.

(iii) Distancia recorrida por una partícula con velocidad conocida.

(b) Definición de la Integral de Riemann.

(c) Propiedades lineales de la integral.

### 2. Evaluación de Integrales Definidas.

(a) El teorema Fundamental del Cálculo

(b) Interpretación del teorema y aplicaciones.

(c) La noción de antiderivada o integral indefinida.

### 3. Integrales impropias.

### 4. La función Logaritmo natural y la función exponencial.

- (a) La función logarítmica; propiedades básicas.
- (b) Derivación logarítmica.
- (c) La función exponencial.
- (d) Integrales y derivadas de  $a^x$ .

#### 5. Técnicas de Integración.

- (a) Antiderivada de un polinomio.
- (b) El método de sustitución.
- (c) Integración de funciones algebraicas; el método de fracciones parciales.
- (d) Integración por partes.
- (e) Sustitución trigonométrica.

#### 6. Volúmenes.

- (a) El volúmen de un cono:  $V = \frac{1}{3}Ah$ .
- (b) Volúmen de un sólido de revolución.
- (c) Momentos de figuras planas y sólidas respecto a un eje determinado.
- (d) Presión sobre superficies sumergidas.

### Capítulo V: Cálculo de Funciones de Varias Variables

#### 1. Derivadas Parciales.

- (a) Funciones de varias variables.
- (b) Plano tangente y recta normal a la gráfica de una función en un punto dado.
- (c) El gradiente de una función.
- (d) Regla de la cadena.
- (e) Máximos y mínimos locales; el criterio del Hessiano.
- (f) Optimización restringida, el método de Lagrange.

#### 2. Integrales Múltiples

- (a) Masa en una volúmen o área de densidad conocida.
- (b) Integrales iteradas; Teorema de Fubini.
- (c) Integradas dobles y triples sobre regiones de tipo I y II; ejemplos

#### 3. Integración en coordenadas polares, cilíndricas y esféricas.

## 5 Procedimiento de Enseñanza-Aprendizaje

El desarrollo del curso está basado en 80 horas de teoría en el semestre, lo cual equivale a 5 horas por semana. Dentro de este marco, el profesor operará de acuerdo a los siguientes lineamientos:

1. *Motivar* la introducción de nuevas ideas señalando los problemas que éstas resuelven y enfatizando las aplicaciones potenciales.
2. *Dedicar* al menos una hora al final de cada capítulo al repaso del material correspondiente.
3. *Aplicar* un examen parcial después de concluir el repaso de cada capítulo.
4. *Asignar* las tareas que se especifican en las cartas descriptivas.

Por otro lado, la consecución de los objetivos del curso requiere que el estudiante observe las siguientes pautas de conducta:

1. *Asistir* puntualmente a las sesiones de clase, observando invariablemente la disciplina y el ánimo de aprender que son acordes al espíritu Universitario.
2. *Resolver* puntualmente las tareas que le sean asignadas.

## 6 Evaluación

En este rubro, el proceso se sujetará a la reglamentación Universitaria vigente en el semestre en que el curso se imparta.

## 7 Bibliografía Básica

1. P. R. Masani, R. C. Patel, y D. J. Patil, *Cálculo Diferencial e Integral*, Publicaciones Cultural, 1983, México.
2. E. W. Swokowski, *Cálculo con Geometría Analítica*, Grupo Editorial Iberoamérica, 1988, México.
3. G. B. Thomas, y R. L. Finney, *Cálculo con Geometría Analítica*, Sistemas Técnicos de Edición, S. A., 1987, México.

**Comentarios:** La literatura referente al Cálculo es la más extensa de la matemática, de modo que la lista anterior pretende sugerir algunas posibilidades para usar como libro de texto y no es exclusiva, por lo que el profesor podrá seleccionar un texto diferente a los enlistados anteriormente. Las Referencias 2 y 3 son un compendio de Cálculo desde un punto de vista moderno, y contienen bastante material adicional al señalado en el temario; dichos libros pueden ser de gran utilidad al estudiante en cursos futuros de su carrera. Por otro lado, la Referencia 1 contiene una presentación más compacta de los diversos temas del curso, siendo un excelente texto para los primeros cuatro capítulos; sin embargo, es conveniente señalar que los temas del Capítulo 5 no están incluidos en la Referencia 1.

## 8 Bibliografía Complementaria

1. L. Bers y F. Karal, *Cálculo*, Interamericana, 1979, México.
2. F. B. Hildebrand, *Advanced Calculus for Applications*, Prentice-Hall, 1976, Englewood Cliffs, NJ, USA.
3. B. Rodin, *Calculus with Analytic Geometry*, Prentice-Hall, 1980, Englewood Cliffs, NJ, USA.
4. L. R. Ford, y H. Ford, *Cálculo*, McGraw-Hill, 1979, México.

**Comentarios:** Estos textos están dirigidos, esencialmente, al profesor, aunque eventualmente pueden ser de utilidad a estudiantes avanzados con interés en lecturas complementarias. La Referencia 1 es ampliamente reconocida como un excelente texto, la Referencia 2 contiene una gran variedad de temas aplicados a procesos como la transmisión de calor y mecánica de fluidos, mientras que la Referencia 3 es una fuente valiosa de ideas para la enseñanza, pues contiene innumerables ejemplos resueltos a detalle sobre todos los temas del curso. Por otro lado es conveniente remarcar que la Referencia 3 se aparta un poco del enfoque tradicional,

pues primero se estudia el proceso de integración y posteriormente el de derivación. La Referencia 4 contiene una excelente discusión sobre la propiedad de valor intermedio de las funciones continuas, así como sobre la optimización de funciones continuas en un intervalo cerrado.